جامعة البصرة
كلية الإدارة والاقتصاد
قسم الإحصاء

محاضرات
المرحلة الأولى – قسم الإحصاء
الفصل الأول – للعام ألدراسي 2019-2020

اسم المقرر	احصاء1	رمز المقرر	STAT101	عدد وحدات المقرر	3
نوع المقرر	إجباري كلية	المستوى	الأول	اسم التدريسي	م.م. احمد هشام محمد
التوزيعات الكرارية					

التكرار المتجمع الصاعد و التكرار المتجمع النازل

تمثيل التكرار المتجمع الصاعد والنازل بيانياً

م.م. احمد هشام محمد طاهر – قسم الإحصاء

الحدود الحقيقية (الفعلية) للفئات :

عند تكوين جدول توزيع تكراري لبيانات أي ظاهرة فغالباً ما تكون بيانات هذا الجدول مقربة لأقرب وحدة قياس أو لأقرب نصف وحد قياس، وعلى هذا الأساس يمكن حساب الحدود الحقيقية للفئات والتي تكون من حدين (الحدود الحقيقة الدنيا) و(الحدود الحقيقية العليا) للفئات :

حساب الحدود الحقيقية للفئات إذا كانت مقربة لأرقام صحيحة :

الحد الحقيقي الأدنى للفئة = الحد الأدنى الفعلي للفئة - $\frac{1}{2}$

الحد الحقيقي الأعلى للفئة= الحد الأعلى الفعلي للفئة + $\frac{1}{2}$

أو

الحد الحقيقي الأدنى للفئة = مركز الفئة – ($\frac{1}{2}$)*طول الفئة

الحد الحقيقي الأعلى للفئة= مركز الفئة +($\frac{1}{2}$) * طول الفئة

التكرارات المتجمعة

تُعد التوزيعات التكرارية البسيطة إحدى الجوانب الأساسية التي تعطي تصور حول عدد المفردات في كل فئة ولكن في بعض الأحيان يتطلب الأمر معرفة عدد المفردات التي قيمها (اقل من) أو (أكثر من) من قيمة معينة في التوزيع التكراري، لذا فان التوزيع التكراري المتجمع هو التوزيع الذي يبين كمية التكرار المتجمع عند قيمة معينة من قيم المتغير العشوائي ويرمز له بالرمز **F**، وهناك نوعان من الجداول المتجمعة :

أولاً : جدول التوزيع المتجمع الصاعد

ثانياً: جدول التوزيع المتجمع النازل

أولاً : جدول التوزيع المتجمع الصاعد

يحسب التكرار المتجمع الصاعد حسب طريقة عرض جدول التوزيع التكراري البسيط، ويمكن التعبير عنه هو تجميع التكرارات من الحد الأعلى للفئة الأولى إلى أخر حد أعلى للفئة الأخير بحيث يكون تكرار الفئة الأولى هو نفسه في الجدول البسيط وتكرار الفئة الأخيرة مساويا للمجموع الكلي للتكرارات، أو هو تجميع التكرارات من الحد الأدنى للفئة الثانية إلى الحد الأعلى للفئة الأخيرة . كما موضحة في أدناه :

جدول توزيع تكراراي متجمع صاعد		جدول توزيع تكراري بسيط	
التكرارات المتجمع الصاعد Fi	الحدود العليا للفئات	التكرارات fi	الفئات
f_1	أقل من U_{C1}	f_1	$L_{C1} - U_{C1}$
$f_1 + f_2$	اقل من U_{C2}	f_2	$L_{C2} - U_{C2}$
⋮	⋮	⋮	⋮
$f_1 + f_2 + \cdots + f_k$	اقل من U_{Ck}	f_k	$L_{Ck} - U_{Ck}$

اما إذا كان عرض الجدول كما في أدناه :

جدول توزيع تكراراي متجمع صاعد		جدول توزيع تكراري بسيط	
التكرارات المتجمع الصاعد Fi	الحدود العليا للفئات	التكرارات fi	الفئات
f_1	أقل من L_{C2}	f_1	L_{C1} –
f_1+f_2	اقل من L_{C3}	f_2	L_{C2} –
⋮	⋮	⋮	⋮
$f_1+f_2+\cdots+f_k$	اقل من U_{Ck}	f_k	L_{Ck} – U_{Ck}

مثال/ كون جدول توزيع تكراري متجمع صاعد من بيانات الجدول التالي :

التكرارات fi	الفئات
4	40 - 49
3	50 - 59
7	60 – 69
4	70 – 79
2	80 – 89
20	$\sum f_i$

الحل/

التكرار المتجمع الصاعد Fi	الحدود العليا للفئات	التكرارات fi	الفئات
4	اقل من 49	4	40 - 49
4+3=7	اقل من 59	3	50 - 59
4+3+7=14	اقل من 69	7	60 – 69
4+3+7+4=18	اقل من 79	4	70 – 79
4+3+7+4+2=20	اقل من 89	2	80 – 89
ملاحظة/ التكرار المتجمع الصاعد يبدأ بتكرار الفئة الأولى وينتهي بالمجموع الكلي للتكرارات		20	$\sum f_i$

ولو فرضنا أن الجدول بالشكل التالي

التكرارات fi	الفئات
4	40 -
3	50 -
7	60 –
4	70 –
2	80 – 89
20	$\sum f_i$

فان جدول التوزيع التكراري البسيط بالشكل التالي، فان التكرار المتجمع الصاعد لهذا الجدول:

التكرار المتجمع الصاعد Fi	الحدود العليا للفئات	التكرارات fi	الفئات
4	اقل من 50	4	40 -
4+3=7	اقل من 60	3	50 -
4+3+7=14	اقل من 70	7	60 –
4+3+7+4=18	اقل من 80	4	70 –
4+3+7+4+2=20	اقل من 89	2	80 – 89
ملاحظة/ التكرار المتجمع الصاعد يبدأ بتكرار الفئة الأولى وينتهي بالمجموع الكلي للتكرارات		20	$\sum f_i$

م.م. احمد هشام محمد طاهر – قسم الإحصاء

ثانياً : جدول التوزيع المتجمع النازل (الهابط)

يحسب التكرار المتجمع النازل حسب طريقة عرض جدول التوزيع التكراري البسيط، ويمكن التعبير عنه هو تجميع التكرارات من الحد الأدنى للفئة الأولى إلى الحد الأدنى للفئة الأخيرة وبشكل تناقصي بحيث يكون تكرار الفئة الأولى هو المجموع الكلي للفئات في جدول التوزيع التكراري البسيط، بينما تكرار الفئة الأخيرة في عمود المتجمع النازل يكون مساويا إلى تكرار الفئة الأخيرة في جدول التوزيع التكراري البسيط.كما موضحة في أدناه :

جدول توزيع تكراراي متجمع صاعد		جدول توزيع تكراري بسيط	
التكرارات المتجمع النازل Fi	الحدود الدنيا للفئات	التكرارات fi	الفئات
$f_1 + f_2 + \cdots + f_k = \sum f_i$	L_{C1} فأكثر	f_1	$L_{C1} - U_{C1}$
$\sum f_i - f_1$	L_{C2} فأكثر	f_2	$L_{C2} - U_{C2}$
⋮	⋮	⋮	⋮
$\sum f_i - (f_1 + f_2 + \cdots + f_{k-1}) = f_k$	L_{Ck} فأكثر	f_k	$L_{Ck} - U_{Ck}$

مثال/ كون جدول توزيع تكراري متجمع نازل(هابط) من بيانات الجدول التالي :

التكرارات fi	الفئات
4	40 - 49
3	50 - 59
7	60 – 69
4	70 – 79
2	80 – 89
20	$\sum f_i$

الحل/

التكرار المتجمع الصاعد Fi	الحدود العليا للفئات	التكرارات fi	الفئات
20	40 فأكثر	4	40 – 49
20-4 = 16	50 فأكثر	3	50 – 59
20-(4+3) = 13 or 16 – 3 =13	60 فأكثر	7	60 – 69
20 –(4+3+7) =6 or 13 – 7 = 6	70 فأكثر	4	70 – 79
20-(4+3+7+4)=2 or 6 – 4 =2	80 فأكثر	2	80 – 89
ملاحظة/ التكرار المتجمع النازل يبدأ بالمجموع الكلي للتكرارات وينتهي بتكرار الفئة الأخيرة		20	$\sum f_i$

م.م. احمد هشام محمد طاهر – قسم الإحصاء

ولو فرضنا أن الجدول بالشكل التالي

الفئات	التكرارات fi
40 -	4
50 -	3
60 –	7
70 –	4
80 – 89	2
$\sum f_i$	20

فان جدول التوزيع التكراري البسيط بالشكل التالي، فأن التكرار المتجمع النازل لهذا الجدول:

الفئات	التكرارات fi	الحدود الدنيا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد Fi
40 -	4	40 فأكثر	20
50 -	3	50 فأكثر	20 – 4 =16
60 –	7	60 فأكثر	16 – 3 =13
70 –	4	70 فأكثر	13 – 7 = 6
80 – 89	2	80 فأكثر	6 – 4 = 2
$\sum f_i$	20	ملاحظة/ التكرار المتجمع النازل يبدأ بالمجموع الكلي للتكرارات وينتهي بتكرار الفئة الأخيرة	

ثالثاً: تمثيل التكرار المتجمع الصاعد والنازل بيانياً

يتم رسم منحنى توزيع التكرار المتجمع الصاعد والنازل من خلال جعل الفئات ممثله على المحور السيني(X) بينما التكرارات (المتجمعة) تكون ممثله بالمحور الصادي (Y)، ولتوضيح ذلك نأخذ المثال التالي :

مثال/ كون جدول تكراري متجمع صاعد ونازل لبيانات جدول التوزيع التكراري تم مثله بيانياً:

الفئات	التكرار f_i
30 -	5
40 -	10
50 -	4
60 -	12
70 -	8
80 - 90	9
$\sum f_i$	48

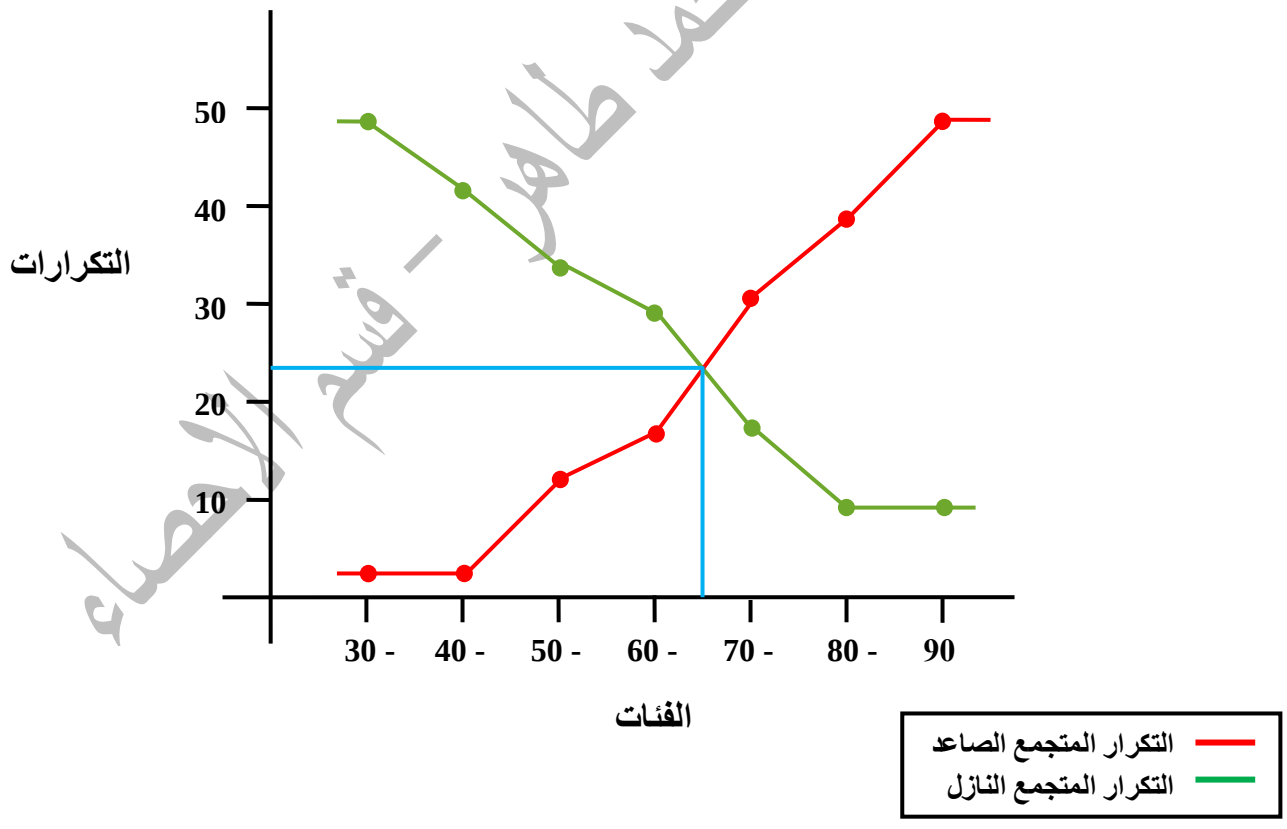
م.م. احمد هشام محمد طاهر قسم الإحصاء

الحل//

الفئات	التكرار f_i	الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد F_i	الحدود الدنيا للفئات	التكرار المتجمع النازل F_i
30 -	5	اقل من 40	5	30فأكثر	48
40 -	10	اقل من 50	15	40فأكثر	43
50 -	4	اقل من 60	19	50فأكثر	33
60 -	12	اقل من 70	31	60فأكثر	29
70 -	8	اقل من 80	39	70فأكثر	17
80 - 90	9	اقل من 90	48	80فأكثر	9
مجموع التكرارات	48				

وعليه يكون الرسم البياني على النحو التالي :

1- المحور (x) يمثل الفئات لجدول التوزيع التكراري .
2- المحور (y) تمثل التكرارات F_i وبما أن التكرارات المتجمعة فيها اكبر قيمة هي (48) التي تمثل مجموع التكرارات لذا تم تقسيم التكرارات على المحور (y) على هذا الأساس .
3- يتم تسقيط نقاط التكرار المتجمع الصاعد ومن ثم النازل على المحاور فيتشكل منحنى صاعد وأخر نازل وكما مبين في أدناه .



م.م. احمد هشام محمد طاهر - قسم الإحصاء

مثال (واجب) //البيانات التالية تمثل ما تدفعه (150) عائلة عن أجور اشتراك الكهرباء الوطنية (الآلاف الدنانير) خلال السنة :

أجور الكهرباء	50–100	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350	350-400
عدد العوائل	32	35	25	20	17	13	8

المطلوب : كون جداول التوزيع التالية

(1) جدول التوزيع النسبي .
(2) جدول التوزيع المئوي .
(3) جدول التوزيع المتجمع الصاعد .
(4) جدول التوزيع المتجمع النازل .
(5) مثل بيانياً التوزيع المتجمع الصاعد والنازل

مثال (واجب)

وضح كلا مما يأتي، ثم أعط مثال تطبيقي حول حالة :

(1) المستطيل البياني
(2) التوزيعات التكرارية الصاعدة .
(3) التبويب الزمني .
(4) الدائرة الإحصائية .
(5) التبويب الجغرافي .

مثال(واجب) // إذا كانت لديك البيانات التالية :

48	38	51	45	56	39	50	71	65	34	51	66	27	73	69	34	43	34	53	54
91	44	53	36	49	56	45	64	59	41	58	76	52	57	69	81	46	34	41	62
43	55	79	66	87	81	70	67	55	53	84	52	56	44	51	65	76	52	54	33
54	61	52	95	40	57	35	53	60	55	64	42	69	57	47	53	52	61	36	61
57	80	46	61	54	94	55	85	73	60	27	44	67	65	62	32	54	71	49	95

المطلوب// كون جدول توزيع تكراري بسيط

م.م. احمد هشام محمد طاهر – قسم الاحصاء