

تحليل التباين لمعيارين :

ان الكلام عن الفرضيات مشابه للحالة التي ذكرت في التجزئة السابقة (تحليل التباين لمعيار واحد) الا اننا هنا نأخذ بنظر الاعتبار وجود اتجاهين او مجموعات ممثلة بالاتجاه الافقي ومجموعات ممثلة بالاتجاه العمودي، وان مجموع المربعات الكلي SST سوف يجزأ هنا الى ثلاثة اجزاء هي

1-مجموع المربعات بين الصفوف 2- مجموع المربعات بين الاعمدة 3- مجموع مربعات الخطأ

ويمكن التعبير عن قيم او نتائج المشاهدات كما في الجدول الاتي :

المجموعات العمودية المجموعات الصفية	المشاهدات				المجموع $Y_i.$	المتوسط $\bar{Y}_i.$		
	1	2 j r				
1	Y_{11}	Y_{12}	Y_{1j}	Y_{1r}	$Y_{1.}$	$\bar{Y}_{1.}$
2	Y_{21}	Y_{22}	Y_{2j}	Y_{2r}	$Y_{2.}$	$\bar{Y}_{2.}$
.
.
.
i	Y_{i1}	Y_{i2}	Y_{ij}	Y_{ir}	$Y_{i.}$	$\bar{Y}_{i.}$
.
.
.
T	Y_{t1}	Y_{t2}	Y_{tj}	Y_{tr}	$Y_{t.}$	$\bar{Y}_{t.}$
المجموع $Y_{.j}$	$Y_{.1}$	$Y_{.2}$	$Y_{.j}$	$Y_{.r}$	$Y_{..}$	
المتوسط $\bar{Y}_{.j}$	$\bar{Y}_{.1}$	$\bar{Y}_{.2}$	$\bar{Y}_{.j}$	$\bar{Y}_{.r}$		$\bar{\bar{Y}}_{..}$

حيث ان:

Y_{ij} : تشير الى المشاهدة الواقعة في الصف (i) والعمود (j).

$Y_i.$: تمثل مجموع نتائج المجموعة (الصف) i .

$\bar{Y}_{i.}$: الوسط الحسابي لنتائج المجموعة (الصف) i .

$Y_{.j}$: تمثل مجموع نتائج المجموعة (العمود) j .

$\bar{Y}_{.j}$: الوسط الحسابي لنتائج المجموعة (العمود) j .

$Y_{..}$: يمثل المجموع العام

$\bar{\bar{Y}}_{..}$: يمثل المتوسط العام .

$$N = t * r$$

عدد المشاهدات يساوي عدد الصفوف في عدد الاعمدة

ويمكن تلخيص خطوات اجراء الاختبار بالاتي :

1- حساب مجموع المربعات الكلي (SST) Total sum squares

$$SST = \sum Y_{ij}^2 - \frac{(Y_{..})^2}{N}, \quad N = t \cdot r$$

2- حساب مجموع المربعات بين الصفوف

$$SSt = \sum \frac{y_{i.}^2}{r} - \frac{(Y_{..})^2}{N}$$

3- حساب مجموع المربعات بين الاعمدة

$$SSr = \sum \frac{y_{.j}^2}{t} - \frac{(Y_{..})^2}{N}$$

4- حساب مجموع مربعات الخطأ

$$SSE = SST - SSt - SSr$$

5- استخراج قيمة F المحسوبة للصفوف و للأعمدة

ويمكن ترتيب ما ذكر في جدول تحليل التباين ANOVA كما يلي :

مصادر التباين S . O . V	درجات الحرية d.f	مجموع المربعات S. S	متوسط المربعات M.S	قيمة الاحصاء F
بين الصفوف	t-1	SSt	$MSt = \frac{sst}{t-1}$	$F = \frac{MSt}{MSe}$
بين الاعمدة	r-1	SSr	$MSr = \frac{ssr}{r-1}$	$F = \frac{MSr}{MSe}$
بين الخطأ	(t-1)(r-1)	SSe	$MSe = \frac{sse}{(t-1)(r-1)}$	
المجموع الكلي Total	N - 1	SST		

مثال:-

اجريت دراسة تأثير اربع مركبات دوائية A, B, C, D في علاج احد الامراض وتم اختيار عينة من (20) شخص مصاب بهذا المرض وتم تقسيمهم الى خمس مجموعات وفقا الى فئات العمر وتم اخضاعهم لهذه المركبات الدوائية وسجلت النتائج التي تمثل نسب الشفاء بعد مضي ثلاثة اسابيع بالجدول التالي :

فئات العمر \ المركبات الدوائية	1	2	3	4	5	المجموع
A	18	15	24	10	12	79
B	30	35	31	25	27	148
C	25	30	30	25	35	145
D	50	50	55	40	45	240
المجموع	123	130	140	100	119	612

المطلوب // اجراء تحليل التباين لاختبار

- 1- الفرضية القائلة بعدم وجود فروق معنوية بين المركبات الدوائية .
- 2- الفرضية القائلة بعدم وجود فروق معنوية بين الفئات العمرية اذا علمت ان:

$$F_c(3,12,0.95) = 3.49 \quad , \quad F_c(4,12,0.95) = 3.26$$

الحل :

سوف تكون الفرضيات الملائمة بالشكل التالي :

$$H_0 : \mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D \quad \text{1- بالنسبة للصفوف (المركبات الدوائية)}$$

H_1 : يوجد على الاقل احد المتوسطات لا يساوي باقي المتوسطات

2- بالنسبة للأعمدة (فئات العمر)

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5$$

H_1 : يوجد على الاقل احد المتوسطات لا يساوي باقي المتوسطات

ونقوم بحساب ما يلي :

1- حساب مجموع المربعات الكلي (SST)

$$SST = \sum Y_{ij}^2 - \frac{(Y_{..})^2}{N} \quad , \quad N = t \cdot r = 4 \cdot 5 = 20$$

$$SST = (18)^2 + (30)^2 + \dots + (45)^2 - \frac{(612)^2}{24}$$

$$= 21734 - 18727.2 = 3006.8$$

2- حساب مجموع المربعات بين الصفوف (المركبات)

$$\begin{aligned} SSR &= \sum \frac{Y_{i.}^2}{r} - \frac{(Y_{..})^2}{N} \\ &= \frac{(79)^2 + (148)^2 + (145)^2 + (240)^2}{5} - 18727.2 \\ &= 21354 - 18727.2 = 2626.8 \end{aligned}$$

3- حساب مجموع المربعات بين الاعمدة

$$\begin{aligned} SSC &= \sum \frac{Y_{.j}^2}{t} - \frac{(Y_{..})^2}{N} \\ &= \frac{(123)^2 + (130)^2 + (140)^2 + (100)^2 + (119)^2}{4} - 18727.2 \\ &= 18947.5 - 18727.2 = 220.3 \end{aligned}$$

4- حساب مجموع مربعات الخطأ

$$SSE = SST - SSR - SSC$$

$$= 3006.8 - 2626.8 - 220.3 = 159.7$$

ويمكن ترتيب النتائج في جدول تحليل التباين ANOVA كما يلي :

مصادر التباين S . O . V	درجات الحرية d.f	مجموع المربعات S. S	متوسط المربعات M.S	قيمة الاحصاء F
بين الصفوف (المعالجات/المركبات)	t-1 =3	SSR=2626.8	$MSR = \frac{SSR}{t-1} = \frac{2626.8}{3} = 875.6$	$F = \frac{MSR}{MSe} = \frac{875.6}{13.308} = 65.795$
بين الاعمدة (القطاعات)(الفئات العمرية)	r-1 =4	SSC=220.3	$MSC = \frac{SSC}{r-1} = \frac{220.3}{4} = 55.075$	$F = \frac{MSC}{MSe} = \frac{55.075}{13.308} = 4.138$
بين الخطأ	(t-1)(r-1) = 12	SSE=159.7	$MSe = \frac{sse}{(t-1)(r-1)} = \frac{159.7}{12} = 13.308$	
المجموع الكلي Total	N - 1 19	SST=3006.8		

ويكون القرار بمقارنة F_1 المحسوبة مع قيمة F الجدولية $F_c(3,12,0.95) = 3.49$ نجد ان F المحسوبة اكبر من الجدولية وعليه نرفض فرضية العدم ونقبل البديلة اي توجد فروقات معنوية بين المركبات الدوائية.

وبمقارنة قيمة F_2 المحسوبة مع $F_c(4,12,0.95) = 3.26$ ، نجد ان F المحسوبة اكبر من الجدولية وعليه نرفض فرضية العدم ونقبل البديلة وعليه نستنتج ان هناك فروق معنوية بين الفئات العمرية .